B12T5 3. Schulaufgabe am 5.5.10

1.0 $f(x) = \frac{\ln(ex^2)}{x}$; $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

1.1.

(3) • $f(-x) = \frac{\ln(e(-x)^2)}{-x} = -\frac{\ln(ex^2)}{x} = -f(x) \Rightarrow$ Psym. z. Urspr.

•• $f(x) = 0 \Rightarrow \ln(ex^2) = 0 \Leftrightarrow ex^2 = 1 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{\sqrt{e}}$

1.2

2 • $f'(x) = \frac{x\cdot\frac{1}{ex^2}\cdot 2ex - \ln(ex^2)\cdot 1}{x^2} = \frac{2-\ln(ex^2)}{x^2} =$

(5) • $= \frac{2-(\ln(e)+\ln(x^2))}{x^2} = \frac{2-1-\ln(x^2)}{x^2} = \frac{1-\ln(x^2)}{x^2}$

3 •• $f''(x) = \frac{-x^2\cdot\frac{1}{x^2}\cdot 2x - (1-\ln(x^2))\cdot 2x}{x^4} = \frac{2x[-1-1+\ln(x^2)]}{x^4}$

$= \frac{2\ln(x^2)-4}{x^3}$

1.3

(5) • $x \to 0^+$: $f'(x) = \frac{1-\ln(x^2) \to +\infty}{x^2 \to 0} \longrightarrow +\infty$ (kein L.H)

• $x \to 0^-$: $f'(x) \to +\infty$ (Sym.)

•• $x \to \infty$: $\frac{1-\ln(x^2) \to -\infty}{x^2 \to \infty} \xrightarrow{L.H.} \frac{-\frac{1}{x^2}\cdot 2x}{2x} = -\frac{1}{x^2} \to 0^-$

• G_f hat eine waagrechte Tangente für $x \to \pm\infty$

1.4: $f'(x) = 0 \Rightarrow 1-\ln(x^2) = 0 \Leftrightarrow \ln(x^2) = 1 \Leftrightarrow x^2 = e \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{e}$

5,5 • $f''(\sqrt{e}) = \frac{2\cdot\ln(e)-4}{e\sqrt{e}} = \frac{-2}{e\sqrt{e}} < 0 \Rightarrow$ HOP bei $\sqrt{e}$ (≈ 1.65)

• $f(\sqrt{e}) = \frac{\ln(e\sqrt{e}^2)}{\sqrt{e}} = \frac{\ln(e^2)}{\sqrt{e}} = \frac{2}{\sqrt{e}}$ (≈ 1.21) HOP$(\sqrt{e} | \frac{2}{\sqrt{e}})$

Sym : TIP$(-\sqrt{e} | -\frac{2}{\sqrt{e}})$

4 $f''(x) = 0 \Rightarrow \ln(x^2) = 2 \Leftrightarrow x^2 = e^2 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm e$ (m. VZW)

$f(e) = \frac{\ln(e\cdot e^2)}{e} = \frac{3}{e} \to$ WEP$_1(e | \frac{3}{e}) \approx W_1(e|1.10)$; $W_2(-e|-\frac{3}{e})$

1.5 G_f und $G_{f'}$ (4) + (4)

1.6 WEP sind Punkte mit extremaler Steigung. Ihre Abszissen sind die Abszissen der Extremalpunkte von $G_{f'}$

B12T5 3. Schulaufgabe am 5.5.10

2.1 $F'(x) = 2 \cdot \ln(x) \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2\ln(x) + 1}{x} = \frac{\ln(x^2) + \ln(e)}{x}$

3 $= \frac{\ln(ex^2)}{x} = f(x)$

$f(1) = 1$; $f'(1) = 1$
$\Rightarrow$ schneiden sich bei $x_1 = 1$

2.2. $A = \int_{1/\sqrt{e}}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{\sqrt{e}} f'(x)\,dx = \Big[F(x)\Big]_{1/\sqrt{e}}^{1} + \Big[f(x)\Big]_{1}^{\sqrt{e}} =$

7 $= F(1) - F(\frac{1}{\sqrt{e}}) + \left(f(\sqrt{e}) - f(1)\right)$

$= \ln^2(1) + \ln(1) - \left[\ln^2(e^{-1/2}) + \ln(e^{-1/2})\right] + \left(\frac{\ln(e \cdot e)}{\sqrt{e}} - 1\right)$

$= 0 + 0 - \left[(-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})\right] + \frac{2}{\sqrt{e}} - 1$

$= \frac{1}{4} + \frac{2}{\sqrt{e}} - 1 = \frac{2}{\sqrt{e}} - \frac{3}{4} \approx \underline{0{,}463}$ [FE]

2.3 $A_\Delta = \frac{1}{2} g \cdot h = \frac{1}{2}(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}) \cdot 1 \approx \underline{0{,}521}$ [FE]

4 $\frac{A_\Delta - A}{A} = \frac{0{,}521 - 0{,}463}{0{,}463} = 12{,}5\%$; <u>Δ ist um 12% größer</u> als Flächenstück

3. Schulaufgabe am 5.5.10 B12T5

3.1

2 $\quad \vec{AB} = \begin{pmatrix}4\\-4\\4\end{pmatrix}$; $\vec{AC} = \begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$; $\vec{AB} \neq k\cdot\vec{AC} \Rightarrow$ Ebene festgel.

(6)

3 $\quad \vec{n} = \begin{pmatrix}4\\-4\\4\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4-4\\8+4\\4+8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\12\\12\end{pmatrix}$

$\quad\quad 4 \quad\quad 2$

$E: \begin{pmatrix}0\\12\\12\end{pmatrix} \circ \left[\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right] = 0$

$E: 12x_2 + 12x_3 - 12 - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x_2 + x_3 - 2 = 0$

1 • E liegt parallel zur x_1-Achse

3.2

4 $\quad V_k = \frac{1}{6}\left|(\vec{AB}\times\vec{AC})\circ\vec{AS_k}\right| = \frac{1}{6}\left|\begin{pmatrix}0\\12\\12\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}8k\\6-k\\k-1\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{6}\left|12(6-k)+12(k-1)\right|$

$= \frac{1}{6}\cdot 60 = 10$

(5)

1 $\quad V_k$ unabh. von $k \Rightarrow S_k$ liegen in einer Ebene $\parallel$ zu E
(gerade)

3.3

$F: 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 24 = 0$

$E: \quad x_2 + x_3 - 2 = 0$; setze $x_2 = \alpha$; $x_3 = 2 - \alpha$

4 $\quad$ in F: $2x_1 + 2\alpha - (2-\alpha) - 24 = 0 \Leftrightarrow 2x_1 + 3\alpha - 26 = 0$

$\Leftrightarrow x_1 = +13 - 3/2\,\alpha$

(6)

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 13 - 3/2\,\alpha \\ x_2 = \alpha \\ x_3 = 2 - \alpha \end{array}\right\} \quad s: \vec{x} = \begin{pmatrix}13\\0\\2\end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix}-3/2\\1\\-1\end{pmatrix}$$

2 $\quad \cos\alpha = \dfrac{\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{2^2+2^2+1}\cdot\sqrt{1^2+1^2}} = \dfrac{1}{3\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 76{,}367^\circ$

3.4

Lot $l: \vec{x} = \vec{c} + \lambda\vec{n}_F = \begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}$ in F:

7	12	2	5	9	12	7	11
2	6	5	0	9	7	11	5
8	9	12	7	5	4	3	10
				5	13		

(5)

$2(2+2\lambda) + 2(2+2\lambda) - (-\lambda) - 24 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{16}{9}$

$\vec{P} = \begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix} + \frac{16}{9}\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}50/9\\50/9\\-16/9\end{pmatrix}$; $\vec{PC} = \frac{16}{9}\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}$; $|\vec{PC}| = \frac{16}{9}\sqrt{4+4+1}$

$\rightarrow P(50/9 \mid 50/9 \mid -16/9)$ $\quad = \frac{16}{9}\cdot 3 = \frac{16}{3}$